Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E.c)
Matematică *M_şt-nat*

Simulare

Filieră teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.**Determinați $x \in \mathbb{R}$ dacă numerele 3, $x+1$, 12 sunt în progresie geometrică.
5p	**2.**Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+4$. Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că punctul $A(a, a+2)$ aparține graficului f.
5p	**3.**Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+13}=x+1$.
5p	**4.**Determinați termenul al șaptelea al dezvoltării $\left(x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9$.
5p	**5.**Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{j}$ și $\vec{v}=(m-1)\vec{i}+(2m-1)\vec{j}$ să fi coliniari.
5p	**6.**Dacă $E(x)=cos\left(\frac{x}{2}\right)+sin\left(\frac{x}{3}\right)$, calculați $E\left(\frac{3\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

	1. Fie matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1+4x & 6x\\ -2x & 1-3x\end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A(0)=1$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y+xy)$, $\forall x,y \in \mathbb{R}$.
5p	**c)** Determinați $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $A(2^x)\cdot A(2^{-x})=A(3)$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=2xy-6x-6y+21$
5p	**a)**Să se arate că $x\circ y=2(x-3)(y-3)+3$.
5p	**b)** Calculați $1\circ 2\circ 3\circ 4\circ\cdots\circ 2026$.
5p	**c)** Determinați perechile (a,b) de numere întregi astfel încât $a\circ b=7$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

	1. Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2-\ln x}{4x\sqrt{x}}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în $x_0=1$.
5p	**c)** Demonstrați că $0\le f(x)\le\frac{1}{e}$, $\forall x\ge 1$.

2. Fie funcția $f:[1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\sqrt{\ln x}}{x}$.

5p **a)** Calculați $\int \frac{f(x)}{\sqrt{\ln x}}dx$, $x>1$.

5p **b)** Determinați o primitivă a funcției f cu proprietatea $F(e)=0$.

5p **c)** Arătați că $\int_1^e x^3 f^2(x)dx=\frac{e^2+1}{4}$