Simularea Examenului național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică M_mate-info

Barem de evaluare şi de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=\dfrac{(-13+11\mathrm{i})(2-5\mathrm{i})}{2^2+5^2}=$	**2p**
	$=\dfrac{29+87\mathrm{i}}{29}=1+3\mathrm{i}$, deci $\mathrm{Re}(z)=1$	**3p**
2.	$x_V=\dfrac{m}{2}$, $y_V=-\dfrac{m^2-8}{4}$	**2p**
	$y_V=-x_V+2\Leftrightarrow-\dfrac{m^2-8}{4}=-\dfrac{m}{2}+2\Leftrightarrow m^2-2m=0$, și cum $m\neq 0$, rezultă $m=2$	**3p**
3.	Cum $\log_{x+1}3=\dfrac{1}{\log_3(x+1)}$, pentru orice $x>-1, x\neq 0$ (condițiile de existență), ecuația se rescrie	**2p**
	$\dfrac{2}{t}=1+t$, unde $t=\log_3(x+1)$	
	Obținem $t_1=1, t_2=-2$, de unde $x_1=2$, $x_2=-\dfrac{8}{9}$, care convin	**3p**
4.	Numărul de submulțimi ale lui A care au cel mult două elemente este egal cu $C_n^0+C_n^1+C_n^2$	**2p**
	Condiția din enunț se rescrie $1+n+\dfrac{n(n-1)}{2}=16\Leftrightarrow n^2+n-30=0\Leftrightarrow n\in\{-6,5\}$, iar cum $n\geq 2$ (condiția de existență), rezultă $n=5$	**3p**
5.	Dacă h este dreapta căutată, din $d\perp h$ rezultă $m_d\cdot m_h=-1$, iar cum $m_d=\dfrac{1}{2}$ rezultă că $m_h=-2$	**2p**
	Ecuația dreptei h este $y-y_A=m_h\cdot(x-x_A)$, de unde obținem $h: 2x+y-4=0$	**3p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=\dfrac{9}{25}$, iar cum $\sin x<0$, întrucât $x\in\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$, rezultă $\sin x=-\dfrac{3}{5}$, de unde $\mathrm{tg}\,x=\dfrac{3}{4}$	**3p**
	$\mathrm{ctg}\,2x=\dfrac{1}{\mathrm{tg}\,2x}=\dfrac{1-\mathrm{tg}^2 x}{2\,\mathrm{tg}\,x}=\dfrac{7}{24}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A)=\begin{vmatrix}0&1&-1\\-1&0&m\\1&-m&0\end{vmatrix}=0\cdot 0\cdot 0+1\cdot m\cdot 1+(-1)\cdot(-1)\cdot(-m)-0\cdot m\cdot(-m)-0\cdot 1\cdot(-1)-0\cdot(-1)\cdot(-m)=$	**3p**
	$=0+0+0-0-0-0=0$	**2p**
b)	$A^2=\begin{pmatrix}-2&2&2\\2&-5&1\\2&1&-5\end{pmatrix}\Rightarrow A^2+6I_3=\begin{pmatrix}4&2&2\\2&1&1\\2&1&1\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\left(A^2+6I_3\right)=\begin{pmatrix}0&1&-1\\-1&0&2\\1&-2&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4&2&2\\2&1&1\\2&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=O_3$	**2p**

c)	$B=I_3+xA=\begin{pmatrix}1 & x & -x\\ -x & 1 & mx\\ x & -mx & 1\end{pmatrix}$	**3p**
	$\det(B)=m^2x^2+2x^2+1\geq 1$, deci $\det(B)\neq 0$ pentru orice $m,x\in\mathbb{R}$, de unde rezultă că B este inversabilă	**2p**
2.a)	$x\circ y=\frac{xy}{10}-x-y+20=\frac{1}{10}(xy-10x-10y+100)+10=$	**2p**
	$=\frac{1}{10}(x(y-10)-10(y-10))+10=\frac{1}{10}(x-10)(y-10)+10$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$x\circ x=\frac{101}{10}\Leftrightarrow\frac{1}{10}(x-10)^2+10=\frac{101}{10}$	**3p**
	$\Leftrightarrow(x-10)^2=1$, de unde $x_1=9$, $x_2=11$	**2p**
c)	$E(n)=a\circ\sqrt{100}\circ b=a\circ 10\circ b$, unde $a=\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{99}$, $b=\sqrt{101}\circ\sqrt{102}\circ\ldots\circ\sqrt{n}$	**3p**
	$x\circ 10=10$, $10\circ x=10$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci $E(n)=(a\circ 10)\circ b=10\circ b=10=$ *constantă*, pentru orice $n\geq 2026$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2+\frac{\left(x^2+x+1\right)'}{x^2+x+1}=$	**2p**
	$=2+\frac{2x+1}{x^2+x+1}=\frac{2x^2+4x+3}{x^2+x+1}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x+1)-f(x)\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(2(x+1)-\ln\left(x^2+3x+3\right)-2x+\ln\left(x^2+x+1\right)\right)=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(2+\ln\left(\frac{x^2+3x+3}{x^2+x+1}\right)\right)=2+\ln 1=2$	**2p**
c)	$f'(x)>0$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci f este strict crescătoare, așadar este și injectivă	**2p**
	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$, f este continuă, deci transformă un interval într-un interval, de unde rezultă că $\operatorname{Im}f=\mathbb{R}$, așadar f este și surjectivă, deci f, fiind injectivă și surjectivă, este bijectivă	**3p**
2.a)	$\int_1^e f(x)dx=\int_1^e\left(2e^x-2+\frac{1}{x}\right)dx=$	**2p**
	$=\left(2e^x-2x+\ln x\right)\Big\vert_1^e=2e^e-4e+3$	**3p**
b)	$F(x)=2e^x-2x+\ln x+k$, $k\in\mathbb{R}$	**3p**
	$F(1)=2e\Leftrightarrow 2e-2+k=2e\Leftrightarrow k=2$, deci $F(x)=2e^x-2x+2+\ln x$	**2p**
c)	Dacă G este o primitivă a funcției $g(x)=f(x)-\frac{1}{x}=2e^x-2$, atunci	
	$G'(x)=g(x)$ și $G''(x)=2e^x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**3p**
	$G''(x)\geq 0$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci funcția G este convexă	**2p**