**Simularea Examenului național de bacalaureat 2026**
**Proba E. c)**
***Matematică M_şt-nat***

## Barem de evaluare şi de notare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*
- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $z=\frac{3}{\mathrm{i}}=-3\mathrm{i}\Rightarrow\lvert z\rvert=3,\ \bar{z}=3\mathrm{i}$ | **3p** |
| | $w=3+3\mathrm{i}\Rightarrow\lvert w\rvert=3\sqrt{2}$ | **2p** |
| **2.** | $x^2-x-2=0\Rightarrow x_1=-1,\ x_2=2$ | **3p** |
| | Punctele de intersecție ale graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ sunt $A(-1,0)$ și $B(2,0)$ | **2p** |
| **3.** | Cum $\log_x 2=\frac{1}{\log_2 x}$, pentru orice $x>0, x\neq 1$ (condițiile de existență), ecuația se rescrie $\frac{1}{t}=2-t$, | |
| | unde $t=\log_2 x$ | **3p** |
| | Obținem $t=1$, de unde $x=2$, care convine | **2p** |
| **4.** | $C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$, pentru orice număr natural $n\geq 2$ (condiția de existență) | **2p** |
| | $C_n^2=n+135\Leftrightarrow n^2-3n-270=0\Leftrightarrow n\in\{-15,18\}$, deci $n=18$ | **3p** |
| **5.** | Pantele celor două drepte sunt $m_1=\frac{1}{2}$ și $m_2=-a$ | **2p** |
| | Cele două drepte sunt perpendiculare dacă și numai dacă $m_1\cdot m_2=-1$, de unde $a=2$ | **3p** |
| **6.** | $\cos 75^\circ=\cos(90^\circ-15^\circ)=\cos 90^\circ\cos 15^\circ+\sin 90^\circ\sin 15^\circ$ | **2p** |
| | Cum $\cos 90^\circ=0$ și $\sin 90^\circ=1$, rezultă $\cos 75^\circ=\sin 15^\circ$, deci $\cos 75^\circ-\sin 15^\circ=0$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $B=\begin{pmatrix}1&2&-3\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow B^2=\begin{pmatrix}1&4&-8\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}$ | **2p** |
| | $\det\left(B^2\right)=1$ | **3p** |
| **b)** | $\det\left(A(m)\right)=-3m^2-m+1$, pentru orice $m\in\mathbb{Q}$ | **2p** |
| | $\det\left(A(m)\right)=0\Leftrightarrow m\in\left\{\frac{-1-\sqrt{13}}{6},\frac{-1+\sqrt{13}}{6}\right\}$ și, întrucât $\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}\notin\mathbb{Q}$, rezultă că $\det\left(A(m)\right)\neq 0$ pentru orice $m\in\mathbb{Q}$, deci $A(m)$ este inversabilă pentru orice $m\in\mathbb{Q}$ | **3p** |
| **c)** | Cum $\left(A(m)\right)^{-1}=\frac{1}{\det\left(A(m)\right)}\cdot\left(A(m)\right)^*$, din $\left(A(m)\right)^{-1}=\left(A(m)\right)^*$ rezultă $\det\left(A(m)\right)=1$ | **3p** |
| | $-3m^2-m+1=1\Leftrightarrow -3m^2-m=0$, cu soluțiile $m_1=0$ și $m_2=-\frac{1}{3}$ | **2p** |
| **2.a)** | $2\circ 1=2\cdot 2^2+2\cdot 1+2\cdot 1^2=$ | **3p** |
| | $=8+2+2=12$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **b)** | $x\circ(x+1)=5x^2+5x+2$ | **2p** |
| | $5x^2+5x+2=10x^3+2\Leftrightarrow 5x(2x^2-x-1)=0$, cu soluțiile $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=-\frac{1}{2}$ | **3p** |
| **c)** | $c\circ a=c\circ b\Leftrightarrow 2a^2-2b^2+ca-cb=0\Leftrightarrow (a-b)(2a+2b+c)=0$ | **3p** |
| | Cum $a+b\neq -\frac{c}{2}$, rezultă $2a+2b+c\neq 0$, deci $a-b=0$, de unde $a=b$ | **2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=\frac{\left(e^x\right)'\cdot\left(x^2+1\right)-e^x\cdot\left(x^2+1\right)'}{e^{2x}}=\frac{e^x\left(x^2+1\right)-e^x\cdot 2x}{\left(x^2+1\right)^2}=$ | **3p** |
| | $=\frac{(x^2-2x+1)\cdot e^x}{(x^2+1)^2}=\frac{(x-1)^2\cdot e^x}{(x^2+1)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ | **2p** |
| **b)** | $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^2+1}\overset{L'H}{=\!=}\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{2x}\overset{L'H}{=\!=}\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{2}=+\infty$, deci graficul funcției $f$ nu admite asimptotă orizontală la $+\infty$ | **3p** |
| | $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^3+x}=+\infty$, deci graficul funcției $f$ nu admite nici asimptotă oblică la $+\infty$ | **2p** |
| **c)** | $f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ și ecuația $f'(x)=0$ are un număr finit de soluții, deci $f$ este strict crescătoare | **3p** |
| | Cum $\frac{\sqrt{7}}{5}<\frac{\sqrt{7}}{4}$ și $f$ strict crescătoare, rezultă că $f\left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)<f\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$ | **2p** |
| **2.a)** | $\int_1^2 3(x^2+4)f_2(x)\,dx=\int_1^2 3x^2dx=$ | **2p** |
| | $=x^3\Big|_1^2=2^3-1^3=7$ | **3p** |
| **b)** | $\int f_2(x)\,dx=\int\frac{x^2}{x^2+4}dx=\int\left(1-\frac{4}{x^2+4}\right)dx=$ | **2p** |
| | $=\int dx-4\int\frac{1}{x^2+4}dx=x-2\operatorname{arctg}\frac{x}{2}+C$ | **3p** |
| **c)** | $\int f_1(x)\,dx=\frac{1}{2}\cdot\int\frac{(x^2+4)'}{x^2+4}dx=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+4\right)+C$, deci $F(x)=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+4\right)+k$, unde $k\in\mathbb{R}$ | **3p** |
| | $F\left(\sqrt{5}\right)=2+\ln 3\Leftrightarrow\frac{1}{2}\ln 9+k=2+\ln 3\Leftrightarrow k=2$, deci $F(x)=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+4\right)+2$ | **2p** |