Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Simulare 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Să se determine primul termen b_1 al unei progresii geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, dacă $b_2=12$ și $b_5=96$.

5p **2.** Se consideră x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2-4x+m=0$. Să se determine numărul real *m*, pentru care $x_1^2+x_2^2=10$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2+2\right)-\log_3 x=1$.

5p **4.** Să se determine numărul natural nenul *n*, știind că mulțimea $A=\{1,2,3....n\}$ are exact 10 submulțimi cu 2 elemente.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei ce conține punctul $A(1,1)$ și este perpendiculară pe dreapta de ecuație $x+y+1=0$.

5p **6.** Să se determine raza cercului circumscris triunghiului ABC dacă $AB=12, AC=16$ și $BC=20$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 9\\ 1 & x^2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $A(x)+A(0)=2A(x-1)$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x))=0$.

5p **c)** Dacă $B=A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)$, demonstrați că $\det(B)=0$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x*y=2xy+3x-y$.

5p **a)** Arătați că legea „*” nu este asociativă.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $(x+1)*x\leq x*(x+1)+x$.

5p **c)** Rezolvați în $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ sistemul de ecuații $\begin{cases}x*(-y)=-2xy\\ 1*x=2\end{cases}$

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}$.

5p **a)** Arătați că $f'\left(\dfrac{1}{e}\right)=3e^3$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați inegalitatea $x^{2e}\leq e^{x^2}$, $x>0$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{1+x^2}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)\sqrt{1+x^2}\,dx=\dfrac{3}{4}$.

5p **b)** Calculați $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} f(x)dx$.

5p **c)** Dacă $I=\int_1^e \dfrac{f^2(x)}{x^3}\cdot\ln x\,dx$, arătați că $I\in(1,2)$.